

ALGORITHMIC IMPLEMENTATION OF THE DIGITAL METHODS OF THE RECOGNITION OF THE NUMISMATIC OBJECTS

Natalia Pasichnyk¹, Renat Rizhniak²

¹Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State University
(Kropyvnytskyi, Ukraine)
pasichnyk1809@gmail.com; ORCID 0000-0002-0923-9486

²Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State University
(Kropyvnytskyi, Ukraine)
rizhniak@gmail.com; ORCID 0000-0002-1977-9048

Abstract. *The article analyzes the practical implementation of the general problem of using digital technologies in the humanities and cultural sciences to improve accessibility, understanding and interaction. The historical field of research became a convenient field of activity, first for humanities informatics, and later for digital humanities. Nowadays, numismatics as a field of historical research actively uses the digital models of content analysis, mathematical, statistical and probabilistic models, artificial intelligence theory, models of mathematical analysis, analytical geometry and topology. In addition, the tasks of digital recognition of the numismatic material are gaining popularity in numismatics, making the methods of recognizing the images as a **relevant subject** of practical application for the development of numismatic research.*

The purpose of the article is to study and systematize the peculiarities of algorithmic implementation of the digital methods of numismatic material recognition.

The authors conducted a literature review on the use of digital technologies in numismatics, which covers several key aspects: database creation and management; use of Internet resources for research and collecting; market analysis and coin value assessments; automated coin recognition. The article analyzes the most popular existing applications for coin recognition, classifies the methods of pattern recognition theory (which is the theoretical basis of all intelligent digital systems endowed with the functionality of identifying numismatic objects), and studies their algorithmic implementation. This allowed us to formulate the following **conclusions**.

Firstly, the analysis of the most popular implementations of digital recognition of numismatic objects, which are oriented to use both on stationary devices and mobile devices, showed that the features of their main functionality are reduced to solving the actual problems of coin recognition, and the availability of additional functionality provides users with the opportunity to rationally choose between different products.

Secondly, the following groups of generalized methods are used in the practical implementation of the theory of pattern recognition, that is the theoretical basis of all intelligent digital systems endowed with the functionality of identifying numismatic objects: the classical methods, machine learning methods, deep learning methods, and unsupervised

learning methods. Each of the groups of the named generalized methods contains a set of specific methods that determine a certain format and algorithm for working with data.

Thirdly, we define the mathematical formulation of the problem of a pattern recognition in a general version, and also reveal the algorithmic and mathematical structures of the implementation of the most popular methods of numismatic object recognition – the pattern method, the nearest neighbor method, the clustering method, and the convolutional neural network method. For each of the named methods, recommendations were provided regarding their software implementations in relevant programming languages and libraries.

A **follow-up study** may involve the determination of algorithmic implementations of the other methods of pattern recognition theory for the identification of numismatic material and the study of options for writing codes to implement the described methods and analyze their performance for various equipment.

Keywords: coin, recognition, theory, image, method, algorithmic implementation, mathematical formulation, software implementation.

АЛГОРИТМІЧНА РЕАЛІЗАЦІЯ ЦИФРОВИХ МЕТОДІВ РОЗПІЗНАВАННЯ НУМІЗМАТИЧНИХ ОБ'ЄКТІВ

Наталія Пасічник¹, Ренат Ріжняк²

¹Центральноукраїнський державний університет імені Володимира Винниченка
(Кропивницький, Україна)
pasichnyk1809@gmail.com; ORCID 0000-0002-0923-9486

²Центральноукраїнський державний університет імені Володимира Винниченка
(Кропивницький, Україна)
rizhniak@gmail.com; ORCID 0000-0002-1977-9048

Анотація. На сьогодні в нумізматиці як галузі історичних досліджень активно використовуються цифрові моделі контентного аналізу, математико-статистичні та ймовірнісні моделі, теорія штучного інтелекту, моделі математичного аналізу, аналітичної геометрії та топології. Окрім того, в нумізматиці набувають популярності задачі цифрового розпізнавання нумізматичного матеріалу, що зумовлює **актуальність** методів теорії розпізнавання образів як сучасного предмета практичного застосування для розвитку нумізматичних досліджень.

Мета статті – дослідження та систематизація особливостей алгоритмічної реалізації цифрових методів розпізнавання нумізматичного матеріалу.

У статті проведено аналіз наявних найбільш популярних застосунків для розпізнавання монет, класифіковано методи теорії розпізнавання образів, досліджено їхню алгоритмічну реалізацію. Це дало можливість сформулювати такі **висновки**.

По-перше, аналіз найпоширеніших реалізацій цифрового розпізнавання нумізматичних об'єктів, які зорієнтовані на використання як на стаціонарних пристроях, так і на мобільних, показав, що особливості їхнього основного функціоналу зводяться до розв'язання власне проблем розпізнавання монет, а

наявність додаткового функціоналу надає користувачам можливості раціонального вибору з-поміж різних продуктів.

По-друге, у практичній реалізації теорії розпізнавання образів, яка становить теоретичну основу всіх інтелектуальних цифрових систем, що наділені функціоналом ідентифікації нумізматичних об'єктів, використовуються такі групи узагальнених методів: класичні методи, методи машинного навчання, методи глибокого навчання та методи безконтрольного навчання.

По-третє, нами визначена математична постановка задачі розпізнавання образів у загальному варіанті а також розкрита алгоритмічна та математична структури реалізації найбільш популярних методів розпізнавання нумізматичних об'єктів – методу шаблонів, методу найближчих сусідів, методу кластеризації та методу згорткових нейронних мереж.

Продовження дослідження може стосуватися визначення алгоритмічних реалізацій інших методів теорії розпізнавання образів для ідентифікації нумізматичного матеріалу та дослідження варіантів написання кодів для реалізації описаних методів та проведення аналізу їхньої продуктивності для різноманітного обладнання.

Ключові слова: монета, розпізнавання, теорія, образ, метод, алгоритмічна реалізація, математична постановка, програмна реалізація.

Постановка проблеми. ХХІ століття – це період розвитку та утвердження цифрових технологій як у повсякденному житті, так і в економіці, соціально-політичних відносинах, освіті й науці. Не так давно ми спостерігали процеси масового застосування інформаційних та цифрових технологій, наприклад, у природознавчих науках і математиці, в освоєнні космосу й дослідженнях медичної тематики. Сьогодні характеризується переконливим поступом цифрових технологій в галузі гуманітарних досліджень. Гуманітарні науки вже успішно використовують технології розширеної та віртуальної реальності для створення імерсійних освітніх середовищ. Цифрові технології активно впливають на процеси поширення гуманітарного та культурологічного знання, що так само розкриває можливості цих технологій для покращення доступності, розуміння та взаємодії. Адаптація науки до умов нового інформаційного середовища мотивує появу напряму, який активно набуває наукового й дисциплінарного

статусу – цифрової гуманітаристики, витоки якої сягають початку розвитку гуманітарної інформатики. Саме гуманітарна інформатика в середині ХХ століття виконувала функцію технічної підтримки гуманітаріїв при розв'язанні ними кількісних задач. Історична галузь досліджень стала зручним полем діяльності спочатку для гуманітарної інформатики, а згодом і для цифрової гуманітаристики¹. Історична інформатика, кліометрія, квантитативна історія – це різні форми реалізації ідей цифрової гуманітаристики при організації історичних досліджень. У контексті застосування цифрових технологій особливістю вирізняються нумізматичні дослідження, які створюють досить широке поле для застосування цифрових реалізацій різноманітних математичних та природничих моделей. Уже сьогодні можемо говорити про застосування в нумізматичній цифрових моделей контентного аналізу², широкого блоку математико-

¹ Pasichnyk, N., Rizhniak, R., & Deforz, H., 2022.

² Orlyk, Vasyly, 2016.

статистичних та ймовірнісних моделей³, теорії штучного інтелекту, моделей математичного аналізу, положень аналітичної геометрії й топології. Нині набуває широкої популярності задача цифрового розпізнавання нумізматичного матеріалу, а тому методи теорії розпізнавання образів становлять актуальний предмет практичного застосування в контексті розвитку нумізматики як наукової галузі досліджень.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Література з питань використання цифрових технологій у нумізматиці пропонує широкий спектр знань та інструментів, необхідних для ефективного дослідження, колекціонування та управління монетами в сучасну епоху цифрових технологій. Огляд літератури про використання цифрових технологій в нумізматиці охоплює кілька ключових аспектів, таких як створення та управління базами даних, використання інтернет-ресурсів для досліджень та колекціонування, аналіз ринку та оцінки вартості монет а також автоматизоване розпізнавання монет.

Використання цифрових технологій для розпізнавання монет – це міждисциплінарна область, яка поєднує методи комп'ютерного зору, машинного навчання, обробки зображень та інших інноваційних підходів. Всебічний огляд алгоритмів комп'ютерного зору, котрі складають основу для розробки систем розпізнавання монет, поданий Szeliski R.⁴, який охоплює різні аспекти обробки зображень, у тому числі тлумачення об'єктів, сегментацію та класифікацію. Bishop C.M.⁵ пропонує глибокий аналіз методів машинного навчання, які використовуються для розпізнавання

образів, до яких належать і монети. Тут розкриваються такі теми, як байєсівські мережі, рішення дерев, методи кластеризації та підтримувальні вектори. Серед найцікавіших книжних джерел щодо методів цифрового розпізнавання можна назвати роботи: Rafael C. Gonzalez and Richard E. Woods⁶ (одна з найпопулярніших праць з обробки зображень, де розглядаються основні методи, зокрема й метод шаблонів); Richard O. Duda, Peter E. Hart, and David G. Stork⁷ (дослідження зосереджене на теорії та практиці розпізнавання образів, включаючи метод шаблонів, байєсівську класифікацію, метод максимізації правдоподібності та інші підходи); Roberto Brunelli⁸ (містить пояснення основних принципів методу шаблонів та його застосування в комп'ютерному зорі); Trevor Hastie, Robert Tibshirani, and Jerome Friedman⁹ (книга надає детальний огляд статистичних методів у машинному навчанні, включно з класифікацією, регресією, байєсівськими методами тощо); Jason Brownlee¹⁰ (практичний посібник пропонує пояснення щодо використання статистичних методів для аналізу та моделювання даних у машинному навчанні); Gareth James, Daniela Witten, Trevor Hastie, and Robert Tibshirani¹¹ (дана публікація – вступ до статистичного навчання, містить главу про PCA); François Chollet¹² (книга автора бібліотеки Keras і пропонує практичне введення у глибоке навчання з використанням Python, містить розділи

⁶ Gonzalez, Rafael C. & Woods, Richard E., 2018.

⁷ Duda, Richard O., Hart, Peter E. & Stork, David G., 2001.

⁸ Brunelli, Roberto, 2008.

⁹ Hastie, Trevor, Tibshirani, Robert & Friedman, Jerome, 2001.

¹⁰ Brownlee, Jason, 2019.

¹¹ James, Gareth, Witten, Daniela, Hastie, Trevor & Tibshirani, Robert, 2013.

¹² Chollet, François, 2017.

³ Orlyk, Vasyi, 2021.

⁴ Szeliski, Richard, 2011.

⁵ Bishop, Christopher M., 2006.

про CNN з багатьма прикладами); Charu C. Aggarwal¹³ (праця пропонує детальне введення в нейронні мережі та глибоке навчання, у тому числі й згорткові нейронні мережі). У статті Jing Zhang, Wanqing Li, Philip O. Ogunbona, Pichao Wang, Chang Tang¹⁴ представлена методика розпізнавання монет, що базується на матриці співвідношень і локальних бінарних образах, які інваріантні до обертання, що дозволяє точніше ідентифікувати монети незалежно від їх орієнтації на зображенні. Ling-Yuan Hsu, Hwai-Tsu Hu¹⁵ пропонують підхід до розпізнавання монет шляхом віднімання зображень і порівняння гістограм, що дозволяє досягти порівняно високої точності у розпізнаванні монет різних типів і номіналів. Shuhua (Monica) Liu, Jiun-Hung Chen¹⁶ описали систему автоматичного розпізнавання монет, яка використовує дерево прийняття рішень, що дозволяє класифікувати монети на основі їхніх візуальних характеристик з високою точністю. Окремі аспекти цифровізації та оцифрування нумізматичного матеріалу (загальні питання, оцифрування монетних знахідок, цифровізація штемпельного аналізу) розглядаються у працях Коцура В, Орлик С. та Бондаренка О.¹⁷, Швець О.¹⁸, Пижика М.¹⁹. Практичне застосування хмарного порталу DIANA та Цифрового іконографічного атласу нумізматики в античності до аналізу нумізматичного матеріалу розкривається у статті Sapienza A.²⁰. Оригінальний варіант організації розпізнавання європейських монет з

використанням згорткової нейронної мережі з кількома виходами запропонований у статті Вайвали Є. Ю., Цьопи Н. В.²¹. Утім, при наявності досить широкого обсягу літературних джерел із проблем розпізнавання нумізматичного матеріалу поле діяльності для дослідників залишається об'ємним. Ця теза підтверджується бурхливим ростом обсягів практичних реалізацій як алгоритмів, так і програмних кодів для розпізнавання нумізматичних об'єктів.

Мета статті полягає у дослідженні та систематизації особливостей алгоритмічної реалізації цифрових методів розпізнавання нумізматичного матеріалу.

Виклад основного матеріалу дослідження. Професійне розпізнавання нумізматичного матеріалу – досить специфічна процедура, що передбачає не лише аналіз зовнішнього вигляду монет за їхнім зображенням, а й вивчення хімічного складу матеріалу, з яких вони виготовлені, та визначення кількох непрямих факторів, котрі суттєво впливають на визначення цінності монет, наприклад, їх рідкісність, популярність, стан. Досвідчені нумізмати, як правило, аналізуючи нумізматичний матеріал, покладаються на власний досвід та знання. У складних випадках вони звертаються до експертів, які спеціалізуються на нумізматичному матеріалі відповідного історичного періоду чи території. Проте набуває все більшого розвитку використання нумізматами різноманітних цифрових застосунків для розпізнавання монет, які передбачають використання методів комп'ютерного зору та машинного навчання для автоматичного визначення

¹³ Aggarwal, Charu C., 2018.

¹⁴ Jing Zhang, Wanqing Li, Philip O. Ogunbona, Pichao Wang, Chang Tang, 2016.

¹⁵ Ling-Yuan Hsu, Hwai-Tsu Hu, 2017.

¹⁶ Shuhua (Monica) Liu, Jiun-Hung Chen, 2015.

¹⁷ Kotsur, V., Orlyk, S. & Bondarenko, O., 2023.

¹⁸ Shvets, O., 2023.

¹⁹ Pyzyk, M., 2023.

²⁰ Sapienza, Anna, 2017.

²¹ Vaivala Ye.Iu., Tsopa N.V., 2021.

типу, номіналу та інших характеристик монет. Назвемо найбільш відомі з них.

1. Coinoscope – популярний мобільний застосунок для розпізнавання монет за зображенням на одній зі сторін монети. Він дозволяє користувачам фотографувати монети за допомогою смартфона, після чого застосунок аналізує зображення і знаходить відповідності у власній базі даних. Застосунок функціонує на мобільних платформах iOS та Android. Функціонал застосунку включає можливості перегляду та збереження інформації про монети, історію монет, ринкові ціни на них тощо.

2. Coin Identifier – ще один мобільний застосунок, який ідентифікує монети, черпаючи інформацію з Coinnect.com – відомої соціальної мережі для колекціонерів з онлайн-каталогом монет і великим ринком для купівлі та продажу монет. Застосунок також функціонує на мобільних платформах iOS та Android. Функціонал застосунку включає можливості пошуку за зображенням, надання детальної інформації про монети, використання бази даних з багатьох країн, охоплення та пошук кількох монет одночасно.

3. PCGS CoinFacts – це ресурс для колекціонерів монет, який також має мобільний застосунок. Він пропонує великий обсяг інформації про монети США. Реалізований на мобільних платформах iOS та Android. Функціонал застосунку надає доступ до списків усіх срібних, золотих та мідних монет США кожного виду, до експертних матеріалів про конкретні монети від провідних професіоналів галузі, до оцінки рідкості та обігу монет за кожним номіналом.

4. NGC Coin – мобільний застосунок від Numismatic Guaranty Corporation, який дозволяє користувачам шукати та розпізнавати монети. Реалізований на мобільних платформах iOS та Android. Функціонал

застосунку дає можливість здійснювати розпізнавання та пошук монет, мати доступ до ринкових цін, сканувати штрих-коди монет.

5. Coin Collecting App – це застосунок для колекціонерів, який також включає функцію розпізнавання монет. Реалізований на мобільних платформах iOS та Android. Функціонал застосунку дає можливість розпізнавати різноманітні набори монет США, створювати колекції, здійснювати пошук за зображенням монети, отримувати детальну інформацію про монети. Зауважимо, що дана програма не схвалена Монетним двором Сполучених Штатів.

6. SnapCoin – мобільний додаток, який використовує технологію розпізнавання зображень на основі штучного інтелекту для ідентифікації монет. Реалізований на мобільних платформах iOS та Android. Функціонал застосунку дає можливість оцінити вартість монети, визначити рідкісні та фальшиві монети, зберігати електронні колекції монет у додатку.

7. CoinBook Pro – платний мобільний застосунок для колекціонерів, який дозволяє розпізнавати та каталогізувати монети США. Реалізований на мобільній платформі iOS. Функціонал застосунку дає можливість використовувати каталог монет США – додаток про долар, готівку та монети, здійснювати пошук за зображенням монети, додавати власні записи, знайомитися з історичними даними про монети та їхнє походження.

8. Maktun – ще один безкоштовний мобільний додаток, який виконує швидке розпізнавання знятих на телефон монет за зображеннями аверсу та реверсу. Реалізований на мобільних платформах iOS та Android. Функціонал застосунку дає можливість використовувати каталог монет світу, в

якому зазначені не тільки типи монети та їх ціни, а й різновиди штампів відповідних типів монет. Також за стосуюнок дає можливість додавати записи до колекції для зареєстрованих користувачів та зберігати історію пошуку.

9. Мобільний застосунок для розпізнавання монет веб-сайту coinscatalog.net окрім звичайного пошуку у каталозі за відомими користувачеві параметрами монети забезпечує можливість безкоштовного пошуку монети за зображенням. Реалізований на мобільних платформах iOS та Android. Функціонал застосунку дає можливість обробки зображення перед завантаженням; використання каталогу монет світу, який містить не тільки їх типи, які випускалися у різні часові періоди, а й різновиди штампів відповідних типів; отримання розгорнутого результату розпізнавання; додавання записів до колекції та різноманітних списків.

10. Нарешті, веб-сайт Numiis – досить новий каталог монет, що, на відміну від coinscatalog.net, у першу чергу орієнтується не на забезпечення продажу та обміну монет, а на їх розпізнавання з використанням штучного інтелекту. У його функціоналі та мобільному застосунку розпізнавання монети відбувається лише за одним зображенням монети. Реалізований на мобільних платформах iOS та Android. Функціонал застосунку дає можливість необмежено розпізнавати монети без реєстрації; використовувати каталог монет, що містить не тільки їх типи, які випускалися у різні часові періоди, а й різновиди штампів таких типів; отримати досить високу точність розпізнавання не тільки типів монет, а й років їх випуску з переліком можливих різновидів; стежити за цінами знайдених монет.

Теоретичну основу всіх інтелектуальних цифрових систем, що наділені функціоналом ідентифікації нумізматичних об'єктів, становить теорія розпізнавання образів. Теоретичні основи розпізнавання образів – це розділ теорії штучного інтелекту (складова кібернетики). Теорія розпізнавання образів розвиває основні положення й методи класифікації та ідентифікації предметів, явищ, процесів, сигналів, ситуацій, об'єктів, що характеризуються скінченним набором окремих властивостей та ознак.

У теорії розпізнавання образів використовується кілька основних методів, які можна розподілити на класичні методи та методи, що базуються на сучасних підходах машинного навчання та глибокого навчання. Отже, в даній теорії розрізняються класичні методи, методи машинного навчання, методи глибокого навчання та методи безконтрольного навчання.

У групі класичних методів виокремлено метод шаблонів (Template Matching), суть якого полягає у порівнянні частини зображення з набором попередньо збережених шаблонів (еталонів) та визначенні міри подібності і який інколи називається «метод порівняння зі зразком»²²; метод статистичних ознак (Statistical Methods), за реалізації якого використовуються статистичні характеристики, зокрема середнє, дисперсія, моменти для класифікації образів. Наприклад, байєсівський класифікатор, методи максимізації правдоподібності²³; метод аналізу головних компонент (Principal

²² Brunelli, Roberto, 2008; Duda, Richard O., Hart, Peter E. & Stork, David G., 2001; Gonzalez, Rafael C. & Woods, Richard E., 2018; Szeliski, Richard, 2011.

²³ Bishop, Christopher M., 2006; Brownlee, Jason, 2019; Brunelli, Roberto, 2008; Hastie, Trevor, Tibshirani, Robert & Friedman, Jerome, 2001.

Component Analysis, PCA), який реалізується процедурою зниження розмірності даних та виділення найважливіших компонент для класифікації²⁴; метод кластерного аналізу (Clustering), що передбачає групування схожих зображень у кластери без попередніх міток, наприклад, використання процедур К-середніх (K-means), ієрархічного кластерного аналізу²⁵.

У межах групи методів машинного навчання, що представлені в науковій літературі, виділяються підтримувальні вектори (Support Vector Machines, SVM – реалізується введенням класифікатора, що визначає гіперплощину, яка найбільш ефективно розділяє класи у багатовимірному просторі ознак)²⁶, дерева прийняття рішень (Decision Trees) і сукупності дерев для класифікації образів (Random Forests)²⁷, методи найближчих сусідів (k-Nearest Neighbors, k-NN – реалізуються класифікацією зображень на основі найближчих сусідів у просторі ознак)²⁸.

Серед методів глибокого навчання виділяють згорткові нейронні мережі (Convolutional Neural Networks, CNN – реалізуються створенням згорткових шарів для автоматичного виділення ознак і подальшої класифікації

зображень)²⁹, регіональні CNN (R-CNN, Fast R-CNN, Faster R-CNN – застосовуються методи для розпізнавання об'єктів, що комбінують згорткові мережі з методами визначення меж об'єктів)³⁰, рекурентні нейронні мережі (Recurrent Neural Networks, RNN – використовуються для обробки послідовностей зображень або відео, де є важливим часовий контекст)³¹ та генеративні змагальні мережі (Generative Adversarial Networks, GANs – використовуються для створення нових зображень, що виглядають реалістично, і можуть бути використані для тренування моделей розпізнавання)³².

У групі методів безконтрольного навчання виділяються автоенкодера (Autoencoders – мережі, що вчаться стискати та відновлювати зображення, виділяючи важливі ознаки без використання міток)³³ та методи кластеризації (Clustering Methods – методи, що використовуються для групування зображень за схожістю без попередньої інформації про класи)³⁴.

Кожний образ нумізматичних об'єктів ставновить набір чисел, які описують його властивості й називаються ознаками (feature). Такими ознаками можуть бути, наприклад, номінал монет, країна походження, територія розповсюдження, назва грошової одиниці, рік її випуску, тип монети (звичайна обігова, пам'ятна обігова) та інші. Упорядкований набір таких ознак об'єкта називається вектором ознак (feature vector). Вектор

²⁴ Bishop, Christopher M., 2006; Hastie, Trevor, Tibshirani, Robert & Friedman, Jerome, 2001; James, Gareth, Witten, Daniela, Hastie, Trevor & Tibshirani, Robert, 2013.

²⁵ Bishop, Christopher M., 2006; Han, Jiawei, Kamber, Micheline, & Pei, Jian, 2012; Hastie, Trevor, Tibshirani, Robert & Friedman, Jerome, 2001; James, Gareth, Witten, Daniela, Hastie, Trevor & Tibshirani, Robert, 2013.

²⁶ Burges, Christopher J. C., 1998; Cristianini, Nello & Shawe-Taylor, John, 2000; Schölkopf, Bernhard & Smola, Alexander J., 2001.

²⁷ Bishop, Christopher M., 2006; Han, Jiawei, Kamber, Micheline, & Pei, Jian, 2012; Hastie, Trevor, Tibshirani, Robert & Friedman, Jerome, 2001; Mitchell, Tom M., 1997.

²⁸ Bishop, Christopher M., 2006; Hastie, Trevor, Tibshirani, Robert & Friedman, Jerome, 2001; Witten, Ian H., Frank, Eibe & Hall, Mark A., 2005.

²⁹ Aggarwal, Charu C., 2018; Chollet, François, 2017.

³⁰ Goodfellow, Ian, Bengio, Yoshua & Courville, Aaron, 2016.

³¹ Goodfellow, Ian, Bengio, Yoshua & Courville, Aaron, 2016.

³² Shanmugamani, Rajalingappaa, 2018.

³³ Hastie, Trevor, Tibshirani, Robert & Friedman, Jerome, 2001.

³⁴ Han, Jiawei, Kamber, Micheline, & Pei, Jian, 2012.

ознак у гіперпросторі ознак зображується точкою (feature space).

Для остаточного прийняття рішення щодо розпізнавання образу нумізматичного матеріалу застосовується класифікатор або вирішальне правило (decision rule) – це функція, яка ставить у відповідність векторові ознак образу клас, до якого він належить. Зазначимо, що у випадку застосування нейронних мереж така функція називається функцією активації нейрона.

Розв'язання задачі розпізнавання образів нумізматичного матеріалу можна поділити на такі складові.

1. Генерування ознак (feature generation) – вимірювання або обчислення числових ознак, що характеризують нумізматичний об'єкт.

2. Вибір ознак (feature selection) – визначення найбільш інформативних ознак для класифікації (до цього набору можуть входити не лише перелічені вище первинні ознаки, а й похідні та комбінації від них).

3. Організація навчання (organization of training) інтелектуальної системи розпізнавання образів – застосування алгоритмів для побудови залежностей між вхідними та вихідними даними.

4. Побудова класифікатора (classifier construction) – конструювання вирішального правила, на підставі якого здійснюється класифікація.

5. Оцінка якості класифікації (classifier estimation) – обчислення показників правильності класифікації (точність, чутливість, специфічність, помилки першого та другого роду).

Математична постановка задачі розпізнавання образів у загальному варіанті формулюється так: позначимо простір образів через P , причому конкретний образ $p \in P$; класи образів P_1, P_2, \dots, P_n мають відповідні номери

$N = \{1, 2, \dots, n\}$, причому $P_i \cap P_j = \emptyset$ при $i \neq j$, а в об'єднанні вони дають увесь простір P ; індикаторна функція $f: P \rightarrow N$ невідома; X – гіперпростір ознак, а функція $x(p)$ ставить у відповідність кожному образу p його вектор у гіперпросторі ознак; X_1, X_2, \dots, X_m – підмножини гіперпростору X , причому $X_i \cap X_j = \emptyset$ при $i \neq j$ і в об'єднанні вони дають увесь простір X ; слід відшукати таке вирішальне правило (функцію) $g: X \rightarrow N$, яке ставить у відповідність векторові ознак образу P номер класу, до якого він належить.

Розрізняють два основних підходи до навчання систем розпізнавання образів – навчання з учителем та навчання без учителя.

Навчання з учителем (supervised learning) передбачає, що кожному окремому зразку із вхідного набору тренувальних даних у відповідність поставлено певне значення вихідних даних³⁵. Математично ця задача полягає у тому, щоб на базі множини фактів $(f_i; x_i)$, де $i = 1, 2, \dots, n$, яка називається навчальною вибіркою (training sample), побудувати вирішальне правило (функцію) g , що мінімізує кількість помилок. Сутність такого підходу полягає в тому, що алгоритм розпізнавання образів намагається якнайкраще зрозуміти залежності між різними парами вхідних та вихідних даних та узагальнити дані залежності на усі можливі види вхідних даних. Отже, основними методами контрольованого навчання виступають класифікація (кожному екземплярві (нумізматичному об'єкту) вхідних даних ставиться у відповідність один

³⁵ Russell S. J., 2010.

клас із заданого переліку класів) та регресійний аналіз (кожному такому ж екземплярові вхідних даних ставиться у відповідність певне дійсне число).

Навчання без учителя (unsupervised learning) передбачає, що у вхідному наборі тренувальних даних відсутні задалегідь визначені співвідношення між парами вхідних та вихідних значень³⁶. Математично така задача називається кластеризацією (clusterization) або кластерним аналізом (cluster analysis) і передбачає розбиття вибірки образів

x_i , де $i = 1, 2, \dots, n$ на підмножини, що не перетинаються (кластери) і складаються зі схожих один на одного об'єктів. Отже, такий підхід полягає у тому, що алгоритм розпізнавання образів намагається на основі аналізу вхідних даних (сукупності нумізматичних об'єктів) та закономірностей в них самостійно визначити правильне вихідне значення для кожного екземпляра (нумізматичного об'єкта) вхідних тренувальних даних.

У практичній діяльності також застосовуються варіанти організації напівавтоматичного навчання (semisupervised learning), яке поєднує підходи навчання з учителем та без нього, коли у тренувальному наборі вхідних даних наявні як розмічені, так і нерозмічені дані. Такі варіанти можливі тоді, коли частина досліджуваних образів (зразків нумізматичного матеріалу) відсутня в наперед відомих базах даних (не належать просторові образів).

Розглянемо алгоритмічну реалізацію деяких із перелічених методів розпізнавання образів на прикладі нумізматичного матеріалу.

1. *Метод шаблонів (метод порівняння зі зразком).*

Для застосування цього методу слід на першому етапі масштабувати зображення образу до розмірів шаблону (зразка). Зображення образу (монети для розпізнавання) X та шаблону (шаблонів – монети для порівняння) Y розміщуються у квадратному (прямокутному) полі, розбитому на однакові квадрати (елементи поля, рецептори, пікселі). Застосовуємо до обох видів монет геометричну нормалізацію (визначаємо контури зображень на аверсі та реверсі). Квадрати, на які потрапили зображення, що вказані на аверсі або реверсі, позначаємо 1, інші – 0. У загальному вигляді коди обох зображень записуємо відповідно у вигляді:

$$x_1, x_2, \dots, x_n, \text{ та } y_1, y_2, \dots, y_n$$

$$\text{де } x_i, y_i \in \{0; 1\}, i = 1, 2, \dots, n,$$

тут n – кількість елементів поля рецепторі (зауважимо необхідність однаковим чином записати послідовність кодів обох зображень, наприклад, спочатку зліва направо у рядках, потім – згори вниз у стовпчиках). Далі користуємося критерієм якості розпізнавання образів, яка залежить від вибору міри близькості. Врахуємо, що міра близькості має граничне значення і може збільшуватися зі зменшенням відстані між класами образів. У нашому випадкові доцільно використати за міру близькості евклідову відстань:

$$d(X, Y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2}.$$

Чим менше значення $d(X, Y)$ ми отримаємо, тим переконливіше можна ідентифікувати образ (монету) з тим класом образів, до яких належить шаблон.

³⁶ Duda, Richard O., Hart, Peter E. & Stork, David G., 2001.

Крім евклідової відстані за міру близькості для надання більшої ваги значно відділеним реалізаціям класів розпізнавання часто використовується квадрат евклідової відстані, для зменшення впливу великих різниць застосовується лінійна (манхеттенська) міра близькості, як у нашому випадкові:

$$d(X, Y) = \sum_{i=1}^n |x_i - y_i|.$$

Також можливе використання узагальненої степеневі відстані та інших мір близькості³⁷.

Цифрову реалізацію методу шаблонів найдоцільніше виконати мовою програмування Python із використанням: а) відкритої бібліотеки TensorFlow для чисельних обчислень з використанням графів потоку даних, що розроблена компанією Google; б) популярних бібліотек для обробки зображень PIL (Python Imaging Library) та їх сучасної заміни Pillow; в) бібліотеки scikit-image, яка надає алгоритми для обробки та аналізу зображень і побудована на основі бібліотеки SciPy; г) відкритої бібліотеки для комп'ютерного зору та обробки зображень OpenCV (Open Source Computer Vision Library), яка включає понад 2500 оптимізованих алгоритмів (ця бібліотека може бути використана й на мові програмування C++). Крім названих засобів метод шаблонів доцільно реалізувати в контексті оптимальності мовою програмування MATLAB.

2. *Метод найближчих сусідів (k-Nearest Neighbors, k-NN)* – це один із найпростіших і найпопулярніших алгоритмів для виконання задач класифікації та регресії у машинному навчанні. Суть методу полягає в тому, щоб для кожного нового (невідомого) зразка (нумізматичного об'єкта) знайти

k найближчих зразків з навчальної вибірки та визначити клас або значення на основі інформації про цих найближчих сусідів.

Розглянемо математичну модель застосування методу найближчих сусідів до розпізнавання нумізматичного матеріалу. Нехай вектор ознак монети (зразок з навчальної вибірки) має вигляд:

$$x = (x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0),$$

де $x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0$ – значення ознак (наприклад, номінал монет, країна походження, територія розповсюдження, назва грошової одиниці, рік випуску, тип монети (звичайна обігова, пам'ятна обігова) та інші). Обираємо на основі крос-валідації значення k – кількість найближчих сусідів (монет), які беруться до уваги при класифікації або регресії. Вектори ознак монет з навчальної вибірки нехай мають вигляд:

$$x_1 = (x_1^1, x_2^1, \dots, x_n^1).$$

$$x_2 = (x_1^2, x_2^2, \dots, x_n^2).$$

.....

$$x_m = (x_1^m, x_2^m, \dots, x_n^m).$$

де $x_1^i, x_2^i, \dots, x_n^i$ – значення відповідних ознак монет найближчих сусідів. Для кожного зразка монет з навчальної вибірки обчислюється міра близькості до нового (невідомого) зразка. Найчастіше використовується описана нами вище Евклідова відстань, але можуть застосовуватися й інші метрики, такі як манхеттенська відстань, відстань Махаланобіса³⁸ тощо. Далі з m монет навчальної вибірки визначається така кількість k найближчих сусідів, які мають найменші відстані до нового зразка. У випадку розв'язання задачі класифікації в результаті проведеної

³⁷ Duda, Richard O., Hart, Peter E. & Stork, David G., 2001.

³⁸ Duda, Richard O., Hart, Peter E. & Stork, David G., 2001.

операції новий зразок (монета) класифікується в той клас, який найбільш поширений серед k найближчих сусідів. Якщо ж розв'язується задача регресії, то значення для нового зразка (монети) визначається як середнє значення відповідних цільових значень k найближчих сусідів.

Для реалізації методу найближчих сусідів (k-Nearest Neighbors, k-NN) у розпізнаванні образів використовується ряд популярних бібліотек і пакетів, доступних у різних мовах програмування. Так, за допомогою мови Python для реалізації цього методу маємо можливість використання бібліотеки scikit-learn, яка сьогодні одна з найпопулярніших для машинного навчання у Python і містить готові реалізації k-NN для класифікації та регресії. Крім того, у Python можна також використати бібліотеку OpenCV. Мова програмування R має пакет «class», який надає функцію «knn» для реалізації k-NN. Мова програмування MATLAB має вбудовану функціональність для k-NN у вигляді «fitcknn» для класифікації та «fitcknn» для регресії. Також у мові програмування C++ для реалізації методу найближчих сусідів є можливість скористатися бібліотекою OpenCV.

3. *Метод кластеризації (Clustering)* – це процес групування набору об'єктів таким чином, щоб об'єкти в одному кластері були більш схожі між собою ніж з об'єктами з інших кластерів. У розпізнаванні образів кластеризація використовується для виявлення структур або закономірностей даних без наявності попередніх міток (з наявністю нерозмічених даних). Це дозволяє автоматично виявляти та групувати схожі образи. Метод кластеризації

відноситься до методів розпізнавання «без учителя». Алгоритм k-means – один з найпопулярніших методів кластеризації даних, мета якого – поділити набір даних на k кластерів таким чином, щоб об'єкти всередині одного кластера були схожі один на одного, а об'єкти з різних кластерів були якнайбільш відмінними.

Розглянемо математичну модель реалізації алгоритму k-means при застосуванні методу кластеризації в задачі розпізнавання нумізматичного матеріалу. Нехай нам дано m монет, які мають такі вектори ознак:

$$x_i = (x_1^i, x_2^i, \dots, x_n^i), \text{ де } i = 1, 2, \dots, m.$$

Спочатку визначаємо кількість кластерів k , на яку потрібно поділити дані m монет. Потім випадковим чином обираються k точок даних як початкові центроїди кластерів. Кожна точка даних (вектор ознак кожної монети) призначається до найближчого центроїда. Найчастіше для вимірювання відстані використовується Евклідова відстань:

$$c_i = \arg \min_{c_j \in \{c_1, c_2, \dots, c_k\}} \|x_i - c_j\|^2.$$

При цьому нові центроїди обчислюються як середнє значення всіх точок (векторів ознак монет), що належать до кожного кластера:

$$c_j = \frac{1}{|C_j|} \sum_{x_i \in C_j} x_i,$$

де C_j – множина точок, призначених до кластера j .

Призначення кожної точки до центроїда та визначення нових центроїдів повторюються до тих пір, поки центроїди не перестануть змінюватися значно, тобто до тих пір, поки не буде досягнуто збіжності (тобто різниця між старими та новими центроїдами стане меншою за певний, наперед заданий, поріг). У результаті ми отримуємо

розподіл нумізматичного матеріалу за класами ознак (за кластерами).

Для реалізації алгоритму k-means методу кластеризації (Clustering) залежно від конкретних вимог, сформульованих поставленою задачею, та наявних інструментів можуть використовуватися різні середовища та мови програмування. Назвемо деякі з них: а) бібліотеки scikit-learn та OpenCV у мові програмування Python; б) вбудована функція «kmeans» для реалізації k-means у мові програмування R; в) вбудована функціональність для k-means у вигляді «kmeans» у мові програмування MATLAB; г) бібліотека OpenCV у мові програмування C++, яка містить реалізацію k-means.

4. *Метод згорткових нейронних мереж* (Convolutional Neural Networks, CNN) – це процес організації роботи таких спеціалізованих архітектур нейронних мереж, що призначені для роботи з зображеннями. Загалом, нині штучні нейронні мережі – це найбільш точний та популярний метод для розв'язання задач класифікації зображень, оскільки вони здатні навчатися подібно до людського мозку й можуть будувати складні нелінійні залежності між вхідними та вихідними даними, що дозволяє максимально точно встановити між ними відповідність. Штучна нейронна мережа – це розподілений паралельний процесор, що складається з елементарних одиниць обробки інформації, які накопичують експериментальні знання та передають їх для подальшої обробки. Штучні нейронні мережі складаються з кількох шарів нейронів, причому кожен нейрон попереднього шару має зв'язок із кожним нейроном наступного шару. Серед шарів нейронної мережі розрізняють вхідні, вихідні та приховані: а) вхідний шар, який не виконує обчислювальних операцій та

відповідає за отримання даних, що подаються на вхід нейронної мережі; кожен нейрон вхідного шару повинен відповідати кожному окремому значенню із вхідних даних, наприклад, одному окремому пікселю зображення, тому формат даних, що подаються на вхід нейронної мережі, жорстко формалізований; б) приховані шари відповідають за виконання основних обчислень, навчання нейронної мережі й утворення нелінійних зв'язків між вхідними та вихідними даними; в) вихідний шар може виконувати певні обчислювальні операції, але, в першу чергу, він відповідає за відображення вихідних даних, причому у задачах класифікації кожен нейрон вихідного шару повинен відповідати окремому класу даних (отже, найбільше значення виходу відобразить найбільшу міру відповідності зображення даному класу). Фізична модель штучного нейрона складається з тіла нейрона, кількох входів (приєднані до виходів нейронів попереднього шару; кожен вхідний сигнал нейрона має свою вагу) та виходу. Математична модель обробки сигналу у штучному нейроні має вигляд:

$$y = f\left(\sum_i (w_i x_i + b)\right).$$

де y – вихідний сигнал нейрона, f – функція активації нейрона, w_i – вага i -го вхідного сигналу нейрона, x_i – значення i -го вхідного сигналу нейрона, b – величина зсуву нейрона, який інколи може використовуватися для ініціалізації нейрона. За активуючу функцію нейрона найчастіше використовується функція ReLU (Rectified linear unit – випрямлений лінійний вузол або випрямляч), яка зберігає лише додатні значення, а всі від'ємні значення прирівнює до 0:

$$f(x) = \max(0, x).$$

Сучасним підходом до реалізації розпізнавання зображень за допомогою нейронної мережі є використання згорткових нейронних мереж (Convolutional neural network), які імітують роботу зорової кори людського мозку. Такі нейронні мережі націлені на ефективне розпізнавання образів та складаються з послідовного чергування двох типів спеціальних шарів: шар згортки (Convolutional layer) разом із функцією активації та шар пулінгу або агрегування (Pooling layer) на вході нейронної мережі для обробки зображення та виділення ознак і звичайних повнозв'язних нейронних шарів на виході мережі для виконання обчислень та класифікації зображень. Шар згортки містить набір фільтрів певного розміру, які становлять невеликі матриці коефіцієнтів згортки (як правило, 3x3 або 5x5). За допомогою таких фільтрів застосовується операція згортки, яка полягає в тому, що кожен фрагмент зображення поелементно множиться на коефіцієнти матриці згортки, котра пересувається по зображенню, а результат записується у відповідну позицію зображення на виході. Шар пулінгу (агрегування) виконує зменшення просторової розмірності сформованих мап ознак,

коли вхідне зображення зменшується на певну задану кількість разів. Найбільш поширене зменшення на два рази. Зменшення розмірності виконується за рахунок заміни значень кожного фрагмента зображення певним числом, яке має найкраще відображати скорочені значення (це може бути максимальне значення з даного фрагмента (Max pooling) або середнє значення (Average pooling)).

Чергування шарів згортки та пулінгу дозволяє утворювати ієрархічні мапи ознак, побудовані за рахунок згортки попередніх мап ознак, що дозволяє нейронній мережі виділяти досить складні ознаки зображень. На виході згорткової нейронної мережі після чергування шарів згортки та пулінгу розміщені кілька повнозв'язних нейронних шарів, перший з яких відіграє роль вхідного шару і виконує «випрямлення», перетворюючи одержані мапи ознак в один вектор значень, які подаються на вхід наступного прихованого шару. Останнім стає вихідний шар, кількість нейронів якого відповідає кількості класів зображення і який відповідає за остаточну класифікацію. Загалом, стандартна архітектура згорткової нейронної мережі зображена на рис. 1.

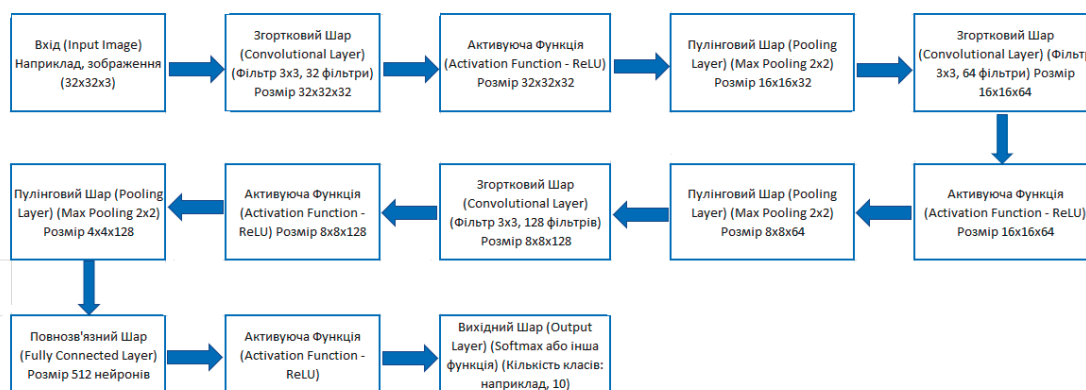


Рисунок 1. Схема стандартної архітектури згорткової нейронної мережі (Convolutional Neural Network, CNN)

Математична модель застосування методу згорткових нейронних мереж до

розпізнавання нумізматичного матеріалу виглядає таким чином. Нехай

вектор ознак кожної монети, що належать базі даних навчальної вибірки, має вигляд:

$$x = (x_1^i, x_2^i, \dots, x_n^i),$$

де кожна упорядкована n -ка $x_1^i, x_2^i, \dots, x_n^i$ – значення ознак (наприклад, номінал монет, країна походження, територія розповсюдження, назва грошової одиниці, рік випуску, тип монети (звичайна обігова, пам'ятна обігова та інші), причому маємо m_1 різновидів ознаки x_1^i , m_2 різновидів ознаки x_2^i , ..., m_n різновидів ознаки x_n^i . Оскільки зображення, які були включені до цієї бази даних, можна поділити на:

$$A = \prod_{j=1}^n m_j$$

класів зображень нумізматичного матеріалу, класична архітектура згорткової нейронної мережі має містити A нейронів у вихідному шарі.

Після окреслення меж навчальної вибірки нумізматичного матеріалу розробляється правило класифікації, яке за значеннями ознак нумізматичного об'єкта відносить його до одного з образів. Далі запускаємо роботу згорткової нейронної мережі з метою навчання розпізнавальної системи. На цьому етапі алгоритм навчання накопичує досвід на основі розпізнавання навчальної вибірки. Для того, щоб правильно виставити параметри розпізнавальної системи, алгоритм навчання застосовується на навчальній вибірці з контролем результату роботи мережі. У випадку низької точності розпізнавання необхідно повернутися до уточнення показників вектора ознак. У деяких випадках змінюються основи класифікації, внаслідок чого буде змінюватися (оптимізуватися) кількість нейронів у вихідному шарі. Крім того, можливі варіанти збільшення (або

оптимізації) тренувальної колекції нумізматичного матеріалу.

Після того, як якість роботи системи розпізнавання буде задовольняти необхідні показники точності розпізнавання, можливі операції з оптимізацією мережі – зменшення її ресурсоемності, прискорення процедури розпізнавання за рахунок оптимізації вектора ознак або за рахунок корекції правила класифікації.

Реалізація згорткових нейронних мереж (Convolutional Neural Networks, CNN) у розпізнаванні образів (в тому числі й нумізматичного матеріалу) може бути проведена з використанням різних мов програмування, програмних бібліотек та фреймворків.

За мову програмування для реалізації нейронної мережі переважно обираються такі мови програмування, що мають потужний математичний апарат та надають зручний синтаксис для реалізації складних розрахунків. Серед таких мов можна виділити Python, R, C++, Java та LISP.

Для реалізації структури нейронної мережі та її навчання переважно використовуються спеціальні бібліотеки машинного навчання, серед яких найбільш поширеними стали TensorFlow та PyTorch – дві бібліотеки, що здебільшого орієнтовані на глибоке навчання. Зазвичай, такі бібліотеки підтримують, у першу чергу, мову програмування Python, проте можуть бути доступні і для інших мов програмування, наприклад C++ та Java. TensorFlow – одна з найпопулярніших бібліотек для глибокого навчання, розроблена компанією Google. Вона підтримує як високорівневі API (наприклад, Keras), так і низькорівневі операції для налаштування моделей. Високорівнева бібліотека для глибокого навчання Keras, яка працює поверх TensorFlow, забезпечує простий

інтерфейс для створення та навчання нейронних мереж. PyTorch – ще один популярний фреймворк для глибокого навчання, розроблений Facebook AI Research. Він пропонує динамічний обчислювальний граф, що дозволяє більш гнучко налаштовувати моделі. Також відомий своєю ефективністю та швидкістю Caffe – фреймворк для глибокого навчання, розроблений у лабораторії Berkeley Vision and Learning Center (BVLC). З-поміж інших також можна назвати MXNet – гнучкий та ефективний фреймворк для глибокого навчання, який підтримує кілька мов програмування, включаючи Python, Scala, та R (розроблений та підтримується Apache Software Foundation). Порівняно з TensorFlow або PyTorch менш популярна бібліотека для роботи з багатовимірними масивами Theano, яка також дозволяє ефективно реалізовувати алгоритми глибокого навчання. Нарешті, у цьому переліку слід відзначити наукову обчислювальну платформу Torch, яка підтримує машинне навчання через скриптову мову Lua. Зокрема, Torch була основою для розробки PyTorch.

Кожен із перелічених варіантів реалізації методів має свої переваги та особливості, передбачає вибір конкретного інструмента, залежить від вимог до апаратної продуктивності, зручності використання та середовища розробки.

Висновки та перспективи подальших розвідок. Проведене дослідження алгоритмічних реалізацій цифрових методів розпізнавання нумізматичних об'єктів дає можливість зробити такі висновки.

1. Сьогодні існує широкий вибір варіантів реалізації цифрового розпізнавання нумізматичних об'єктів, які зорієнтовані на використання їх як на стаціонарних пристроях, так і на

мобільних. Аналіз найбільш популярних застосунків показав, що особливості їхнього основного функціоналу зводяться до розв'язання власне проблем розпізнавання монет, а наявність додаткового функціонала надає користувачам можливості раціонального вибору між різними продуктами.

2. Теоретичною основою всіх інтелектуальних цифрових систем, що наділені функціоналом ідентифікації нумізматичних об'єктів, стала теорія розпізнавання образів. Практична реалізація цієї теорії передбачає використання таких груп узагальнених методів: класичні методи, методи машинного навчання, методи глибокого навчання та методи безконтрольного навчання. Кожна група названих узагальнених методів містить набір конкретних методів, що обумовлюють певний формат та алгоритм роботи з даними.

3. У статті визначена математична постановка задачі розпізнавання образів у загальному варіанті а також розкрита алгоритмічна та математична структури реалізації найбільш популярних методів розпізнавання нумізматичних об'єктів – методу шаблонів, методу найближчих сусідів, методу кластеризації та методу згорткових нейронних мереж. Для кожного з названих методів надано рекомендації щодо їхніх програмних реалізацій з використанням актуальних мов програмування та бібліотек.

4. Подальші дослідження можуть стосуватися визначення алгоритмічних реалізацій інших методів теорії розпізнавання образів для ідентифікації нумізматичного матеріалу. Крім цього, було б цікаво дослідити варіанти написання кодів для реалізації описаних методів та провести аналіз їхньої продуктивності для різноманітного обладнання.

References

- Aggarwal, C.C.** (2018). *Neural Networks and Deep Learning: A Textbook*. Springer. 512 p.
- Bishop, C.M.** (2006). *Pattern Recognition and Machine Learning*. Springer Science+Business Media, LLC. 758 p.
- Brownlee, J.** (2019). *Statistical Methods for Machine Learning*. New York: Jason Brownlee. 291 p.
- Brunelli, R.** (2008). *Template Matching Techniques in Computer Vision*. Fondazione Bruno Kessler. 412 p.
- Burges, C.J. C.** (1998). A Tutorial on Support Vector Machines for Pattern Recognition. *Data Mining and Knowledge Discovery*. (2). P. 121–167.
- Chollet, F.** (2017). *Deep Learning with Python*. Manning. 384 p.
- Cristianini, N. & Shawe-Taylor, J.** (2000). *An Introduction to Support Vector Machines and Other Kernel-based Learning Methods*. Cambridge University Press. 189 p.
- Duda, R.O., Hart, P.E. & Stork, D.G.** (2001). *Pattern Classification*. Second Edition. New York: A Wiley-Interscience Publication. 688 p.
- Gonzalez, R.C. & Woods, R.E.** (2018). *Digital Image Processing*. Pearson. New York. 1022 p.
- Goodfellow, I., Bengio, Y. & Courville, A.** (2016). *Deep Learning*. The MIT Press. 800 p.
- Han, J., Kamber, M., & Pei, J.** (2012). *Data Mining: Concepts and Techniques*. Morgan Kaufmann Publishers is an imprint of Elsevier. 740 p.
- Hastie, T., Tibshirani, R. & Friedman, J.** (2001). *The Elements of Statistical Learning: Data Mining, Inference, and Prediction*. Springer Science & Business Media. 533 p.
- James, G., Witten, D., Hastie, T. & Tibshirani, R.** (2013). *Introduction to Statistical Learning with Applications in R*. Springer Science+Business Media, LLC. 615 p.
- Jing Z., Wanqing L., Philip O.O., Pichao W., Chang T.** (2016). RGB-D-based action recognition datasets: A survey. *Pattern Recognition*. (60). P. 86–105. DOI: 10.1016/j.patcog.2016.05.019.
- Kotsur, V., Orlyk, S. & Bondarenko, O.** (2023). “Digitization” and “digitalization” in numismatics: theoretical, methodological and source studies aspects. *The Ukrainian Numismatic Annual*, (7), P. 258–276. DOI: 10.31470/2616-6275-2023-7-258-276 [in Ukrainian].
- Ling-Yuan H., Hwai-Tsu H.** (2017). Robust blind image watermarking using crisscross inter-block prediction in the DCT domain. *Journal of Visual Communication and Image Representation*. (46). P. 33–47.
- Mitchell, T.M.** (1997). *Machine Learning*. McGraw-Hill Science/Engineering/Math. 432 p.
- Orlyk, V.** (2016). A coin hoard of pre-reform shillings of the grand master Michael Kuchmeister von Sternberg found in Chernihivschyna. *Acta Archaeologica Lodziensia*. (62). P. 93–97.
- Orlyk, V.** (2021). Coins in Byzantine Style with the Latin Letters R-E-X. *Numismatic Chronicle*. (181). P. 233–246.
- Pasichnyk, N., Rizhniak, R., & Deforzh, H.** (2022). Biographical materials of mathematicians and natural scientists in «Bulletin of Experimental Physics and Elementary Mathematics» (1886–1917): meaningful and content analysis. *History of Science and Technology*. 12 (2). P. 279–301. DOI: 10.32703/2415-7422-2022-12-2-279-301

- Pyzyk, M.** (2023). Digitizing the coin finds of Ukraine. *The Ukrainian Numismatic Annual*, (7), P. 277–287. DOI: 10.31470/2616-6275-2023-7-277–287.
- Russell, S. J.** (2010). *Artificial Intelligence: A Modern Approach* / S. J. Russell, P. Norvig. Third Edition. New Jersey, Prentice Hall. 1132 p.
- Sapienza, A.** (2017). A new method of scientific investigation of numismatic documents: DIANA (Digital Iconographic Atlas of Numismatics in Antiquity). The case study of the triskeles. *Revista Numismatica Hecate*. (4). 266–276 [In Spanish].
- Schölkopf, B. & Smola, A.J.** (2001). *Learning with Kernels: Support Vector Machines, Regularization, Optimization, and Beyond*. MIT Press. 644 p.
- Shanmugamani, R.** (2018). *Deep Learning for Computer Vision*. Packt Publishing. 310 p.
- Shuhua L., Jiun-Hung C.** (2015). An empirical study of empty prediction of multi-label classification. *Expert Systems with Applications*. 42 (13). P. 5567–5579. DOI: 10.1016/j.eswa.2015.01.024.
- Shvets, O.** (2023). Die analysis: current state of application and prospects of digitalization of the method. *The Ukrainian Numismatic Annual*. (7). P. 288–306. DOI: 10.31470/2616-6275-2023-7-288-306 [in Ukrainian].
- Szeliski, R.** (2011). *Computer Vision: Algorithms and Applications*. Springer-Verlag London Limited. 1232 p.
- Witten, I.H., Frank, E. & Hall, M.A.** (2005). *Data Mining: Practical Machine Learning Tools and Techniques*. Morgan Kaufmann Publishers is an imprint of Elsevier. 558 p.
- Vaivala, Y.I., Tsopa, N. V.** (2021). Pidvyshchennia tochnosti rozpoznavannia obihovykh monet za rakhunok vykorystannia zghortkovoï neironnoi merezhi z dekilкома vykhodamy [Improving the accuracy of circulating coin recognition by using a convolutional neural network with multiple outputs]. *Systemy upravlinnia, navihatsii ta zviazku – Control, navigation and communication systems*. Poltava, National University «The Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic». (65). P. 69–73 [in Ukrainian].